Prof. Dr. Alfred Toth

Abbildung der triadischen auf die dyadischen Zeichenklassen

1. In Toth (2019) hatten wir argumentiert, daß die Definition der drittheitlichen Trichotomie überflüssig und zudem inkonsistent ist, weil sie erstens die logische Subjektposition repräsentiert, aber von Peirce, Bense und Walther (1979) topologisch und logisch definiert wird. Zweitens weil der Zusammenhang von Zeichen ein Problem einer Zeichensyntax ist, aber keine Eigenschaft des Zeichens selbst (vgl. Klaus 1962). Bense selbst hatte das Zeichen wiederholt rein mathematisch definiert, so etwa kategorietheoretisch in (1979, S. 53 u. 67) oder zahlentheoretisch in (1981, S. 17 ff.). Drittens lassen sich die ersten zwei Trichotomien durch

(x.1): $Z = f(\Omega)$

(x.2): $Z = f(\omega, t)$

(x.3): $Z \neq f(\Omega)$

mit $x \in (1, 2)$ definieren, was jedoch für die dritte Trichotomie nicht möglich ist, da der Zusammenhang von Zeichen keine Funktion des Objektes, sondern eine solche einer Menge von Zeichen ist

$Z = f((Z))$.

Für den Trivialfall, daß die Menge aus dem Zeichen selbst besteht, gilt dann natürlich

$Z = f(Z)$.

Es genügt also völlig, von der semiotischen 2×3-Teilmatrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

auszugehen und jedes Subzeichen der Form

$S = (x.y)$

mit $x \in (1, 2)$ und $y \in (1, 2, 3)$

durch

$(x.1) = f(\Omega)$

$(x.2) = f(\omega, t)$

$(x.3) \neq f(\Omega)$

zu definieren. Ein offener Konnex kann dann definiert werden durch

(x.y),

ein abgeschlossener Konnex durch

(x.y] oder [x.y)

und ein vollständiger Konnex durch

[x.y].

2. Will man nun die bekannten 10 peirce-benseschen Zeichenklassen, die über der 3×3-Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

mit der allgemeinen Zeichenrelation

$Z^{3.3} = (3.x, 2.y, 1.z)$

mit $x \leqq y \leqq z$

gebildet werden, auf die dyadischen Zeichenklassen, die über der obigen 2×3-Matrix mit der allgemeinen Zeichenrelation

$Z^{2.3} = (w.x, y.z)$

gebildet werden, abbilden, d.h. die Transformation

$\tau: Z^{3.3} \rightarrow Z^{2.3}$

durchführen, so muß, wie gesagt, der konnexiale Interpretantenbezug statt kategorial durch Klammerung ausgedrückt werden. Damit erhalten wir zunächst

(3.1, 2.1, 1.1) → (2.1, 1.1)

(3.1, 2.1, 1.2) → (2.1, 1.2)

(3.1, 2.1, 1.3) → (2.1, 1.3)

(3.1, 2.2, 1.2) → (2.2, 1.2)

(3.1, 2.2, 1.3) → (2.2, 1.3)

(3.1, 2.3, 1.3) → (2.3, 1.3)

(3.2, 2.2, 1.2) → (2.2, 1.2], [2.2, 1.2)

(3.2, 2.2, 1.3) → (2.2, 1.3], [2.2, 1.3)

(3.2, 2.3, 1.3) → (2.3, 1.3], [2.3, 1.3)

(3.3, 2.3, 1.3) → [2.3, 1.3],

d.h. trotz der Mehrdeutigkeit bei den dicentischen Interpretantenbezügen gibt es keine zwei Abbildungen, die koinzidieren.

3. Bekanntlich wurde nun aber die auf der 3 × 3-Matrix definierte triadisch-trichotomische Zeichenrelation Benses (vgl. Bense 1975, S. 37) als eine „verschachtelte Relation" bzw. als eine „Relation über Relationen" durch Bense (1979, S. 53 u. 67) wie folgt eingeführt

$Z^{3,3} = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$,

d.h. jede Teilrelation der Stufe n = 1 ist in den Teilrelationen der Stufen n > 1 eingebettet.

Gehen wir also aus von

$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

und setzen (w.x) = A und (y.z) = B,

dann können wir auch die dyadisch-trichotomische Zeichenrelation als Relation über Relationen darstellen, und zwar auf 6-fache Weise

$Z^{2,3} = (A, B) = ((w.x), (y.z))$ keine Einbettung

$Z^{2,3} = ((A), B) = (((w.x)), (y.z))$ nur A links eingebettet

$Z^{2,3} = ((B), A) = (((y.z)), (w.x))$ nur B links eingebettet

$Z^{2,3} = (A, (B)) = ((w.x), ((y.z)))$ nur B rechts eingebettet

$Z^{2,3} = (B, (A)) = ((y.z), ((w.x)))$ nur A rechts eingebettet

$Z^{2,3} = ((A, B)) = (((w.x), (y.z)))$ A und B eingebettet

Damit haben wir jedoch wiederum eine Isomorphie zwischen der in Toth (2015) ebenfalls auf 6-fache Weise darstellbaren Logik L* und $Z^{2,3}$ gefunden. Will man nämlich die Reflexionsidentität der klassischen 2-wertigen aristotelischen Logik

$L = (0, 1)$

aufheben, ohne das Gesetz des Tertium non datur zu verletzen, so kann man dies durch Einführung eines Einbettungsoperators E mit

$E: \quad x \rightarrow (x)$

tun. Dadurch erhält man folgende Abbildung

$L \rightarrow L^* = ((0, 1), ((0), 1), ((1), 0), (0, (1)), (1, (0)), ((0, 1)))$,

und damit

$Z^{2,3} \cong L^*$.

Die 36 möglichen dyadisch-trichotomischen semiotischen Relationen (hier linear-aufsteigend angeordnet)

(1.1, 2.1)	(1.1, 2.1]	[1.1, 2.1)	[1.1, 2.1]
(1.1, 2.2)	(1.1, 2.2]	[1.1, 2.2)	[1.1, 2.2]
(1.1, 2.3)	(1.1, 2.3]	[1.1, 2.3)	[1.1, 2.3]
(1.2, 2.1)	(1.2, 2.1]	[1.2, 2.1)	[1.2, 2.1]
(1.2, 2.2)	(1.2, 2.2]	[1.2, 2.2)	[1.2, 2.2]
(1.2, 2.3)	(1.2, 2.3]	[1.2, 2.3)	[1.2, 2.3]
(1.3, 2.1)	(1.3, 2.1]	[1.3, 2.1)	[1.3, 2.1]
(1.3, 2.2)	(1.3, 2.2]	[1.3, 2.2)	[1.3, 2.2]

(1.3, 2.3) (1.3, 2.3] [1.3, 2.3) [1.3, 2.3]

müssen somit je 6-fach ausdifferenziert werden. Dadurch erhält man also 6 mal 36 = 216 durch E differenzierbare topologische semiotische Relationen

(1.1, 2.1)	((1.1), 2.1)	(1.1, (2.1))	((2.1), 1.1)	(2.1, (1.1))	((2.1, 1.1))
(1.1, 2.1]	((1.1), 2.1]	(1.1, (2.1)]	((2.1), 1.1]	(2.1, (1.1)]	((1.1, 2.1)]
[1.1, 2.1)	[(1.1), 2.1)	[1.1, (2.1))	[(2.1), 1.1)	[2.1, (1.1))	[(1.1, 2.1))
[1.1, 2.1]	[(1.1), 2.1]	[1.1, (2.1)]	[(2.1), 1.1]	[2.1, (1.1)]	[(1.1, 2.1)]
(1.1, 2.2)	((1.1), 2.2)	(1.1, (2.2))	((2.2), 1.1)	(2.2, (1.1))	((1.1, 2.2))
(1.1, 2.2]	((1.1), 2.2]	(1.1, (2.2)]	((2.2), 1.1]	(2.2, (1.1)]	((1.1, 2.2)]
[1.1, 2.2)	[(1.1), 2.2)	[1.1, (2.2))	[(2.2), 1.1)	[2.2, (1.1))	[(1.1, 2.2))
[1.1, 2.2]	[(1.1), 2.2]	[1.1, (2.2)]	[(2.2), 1.1]	[2.2, (1.1)]	[(1.1, 2.2)]
(1.1, 2.3)	((1.1), 2.3)	(1.1, (2.3))	((2.3), 1.1)	(2.3, (1.1))	((1.1, 2.3))
(1.1, 2.3]	((1.1), 2.3]	(1.1, (2.3)]	((2.3), 1.1]	(2.3, (1.1)]	((1.1, 2.3)]
[1.1, 2.3)	[(1.1), 2.3)	[1.1, (2.3))	[(2.3), 1.1)	[2.3, (1.1))	[(1.1, 2.3))
[1.1, 2.3]	[(1.1), 2.3]	[1.1, (2.3)]	[(2.3), 1.1]	[2.3, (1.1)]	[(1.1, 2.3)]
(1.2, 2.1)	((1.2), 2.1)	(1.2, (2.1))	((2.1), 1.2)	(2.1, (1.2))	((1.2, 2.1))
(1.2, 2.1]	((1.2), 2.1]	(1.2, (2.1)]	((2.1), 1.2]	(2.1, (1.2)]	((1.2, 2.1)]
[1.2, 2.1)	[(1.2), 2.1)	[1.2, (2.1))	[(2.1), 1.2)	[2.1, (1.2))	[(1.2, 2.1))
[1.2, 2.1]	[(1.2), 2.1]	[1.2, (2.1)]	[(2.1), 1.2]	[2.1, (1.2)]	[(1.2, 2.1)]
(1.2, 2.2)	((1.2), 2.2)	(1.2, (2.2))	((2.2), 1.2)	(2.2, (1.2))	((1.2, 2.2))
(1.2, 2.2]	((1.2), 2.2]	(1.2, (2.2)]	((1.2), 2.2]	(1.2, (2.2)]	((1.2, 2.2)]
[1.2, 2.2)	[(1.2), 2.2)	[1.2, (2.2))	[(2.2), 1.2)	[2.2, (1.2))	[(1.2, 2.2))
[1.2, 2.2]	[(1.2), 2.2]	[1.2, (2.2)]	[(2.2), 1.2]	[2.2, (1.2)]	[(1.2, 2.2)]
(1.2, 2.3)	((1.2), 2.3)	(1.2, (2.3))	((2.3), 1.2)	(2.3, (1.2))	((1.2, 2.3))
(1.2, 2.3]	((1.2), 2.3]	(1.2, (2.3)]	((2.3), 1.2]	(2.3, (1.2)]	((1.2, 2.3)]

[1.2, 2.3)	[(1.2), 2.3)	[1.2, (2.3))	[(2.3), 1.2)	[2.3, (1.2))	[(1.2, 2.3))
[1.2, 2.3]	[(1.2), 2.3]	[1.2, (2.3)]	[(2.3), 1.2]	[2.3, (1.2)]	[(1.2, 2.3)]
(1.3, 2.1)	((1.3), 2.1)	(1.3, (2.1))	((2.1), 1.3)	(2.1, (1.3))	((1.3, 2.1))
(1.3, 2.1]	((1.3), 2.1]	(1.3, (2.1)]	((2.1), 1.3]	(2.1, (1.3)]	((1.3, 2.1)]
[1.3, 2.1)	[(1.3), 2.1)	[1.3, (2.1))	[(2.1), 1.3)	[2.1, (1.3))	[(1.3, 2.1))
[1.3, 2.1]	[(1.3), 2.1]	[1.3, (2.1)]	[(2.1), 1.3]	[2.1, (1.3)]	[(1.3, 2.1)]
(1.3, 2.2)	((1.3), 2.2)	(1.3, (2.2))	((2.2), 1.3)	(2.2, (1.3))	((1.3, 2.2))
(1.3, 2.2]	((1.3), 2.2]	(1.3, (2.2)]	((2.2), 1.3]	(2.2, (1.3)]	((1.3, 2.2)]
[1.3, 2.2)	[(1.3), 2.2)	[1.3, (2.2))	[(2.2), 1.3)	[2.2, (1.3))	[(1.3, 2.2))
[1.3, 2.2]	[(1.3), 2.2]	[1.3, (2.2)]	[(2.2), 1.3]	[2.2, (1.3)]	[(1.3, 2.2)]
(1.3, 2.3)	((1.3), 2.3)	(1.3, (2.3))	((2.3), 1.3)	(2.3, (1.3))	((1.3, 2.3))
(1.3, 2.3]	((1.3), 2.3]	(1.3, (2.3)]	((2.3), 1.3]	(2.3, (1.3)]	((1.3, 2.3)]
[1.3, 2.3)	[(1.3), 2.3)	[1.3, (2.3))	[(2.3), 1.3)	[2.3, (1.3))	[(1.3, 2.3))
[1.3, 2.3]	[(1.3), 2.3]	[1.3, (2.3)]	[(2.3), 1.3]	[2.3, (1.3)]	[(1.3, 2.3)].

Indem man also auf die kategoriale Definition von Konnexen verzichtet und das triadische durch ein dyadisches Zeichenmodell ersetzt, büßt man keine semiotische Präzision in der fundamentalkategorialen Repräsentation ein, sondern man gewinnt eine solche, insofern die 10 triadischen Zeichenrelationen in 216 dyadische Zeichenrelationen transformierbar sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Klaus, Georg, Semiotik. Berlin (DDR) 1962, 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

29.3.2019